

## KONSEP OPERASI BILANGAN PECAHAN MELALUI GARIS BILANGAN

Suwarto

Jurusan Sistem Informasi, STMIK Raharja Tangerang  
Jl. Jendral Sudirman No 40 Modernland, Tangerang  
suwarto@raharja.info

Artikel diterima: 8 Juni 2018, direvisi: 28 Agustus 2018, diterbitkan: 30 September 2018

### Abstrak

Dalam pembelajaran operasi bilangan pecahan masalah yang sering timbul yaitu kesulitan siswa dalam menyelesaikan operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian. Tujuan dari penulisan makalah ini adalah; (1) memahami konsep pecahan menggunakan garis bilangan untuk, (2) memahami konsep operasi pecahan (penjumlahan pengurangan, perkalian dan pembagian menggunakan garis bilangan. Bilangan pecahan adalah bilangan yang berbentuk  $\frac{a}{b}$ , untuk a, b merupakan bilangan bulat dan  $b \neq 0$ . Metode yang digunakan adalah menyajikan bilangan pecahan dalam garis bilangan. Dengan pendekatan garis bilangan diharapkan dapat membantu para guru dalam merancang proses belajar mengajar pada materi pecahan.

Kata Kunci: bilangan pecahan, konsep, pemahaman

### **Abstract** (*Fraction Numbers Operation Concept through Number Line*)

*In learning to operate fractions, the problem that often arises is the difficulty of students in completing the addition, subtraction, multiplication and division operations. The purpose of writing this paper is; (1) understand the concept of fractions using number lines to, (2) understand the concept of fraction operations (sum of subtraction, multiplication and division using number lines. Fraction numbers are shaped numbers  $\frac{a}{b}$ , for a, b is an integer and  $b \neq 0$ . used is to present fractions in the number line, with the number line approach expected to help teachers in designing the teaching and learning process in fraction material.*

*Keyword: fractions, concepts, understanding*

## I. PENDAHULUAN

Pecahan adalah salah satu topik penting bagi siswa sebagai dasar mempelajari aljabar dan yang lainnya, namun pada kenyataannya masih banyak yang belum memahaminya (Yulianingsih dkk., 2018). Kurangnya pemahaman terhadap konsep pecahan, desimal dan persen akan berpengaruh terhadap siswa dalam mengembangkan pengetahuan penalaran proposional dan topik-topik aljabar maupun probabilitas (Behr, dkk., 2015).

Oleh karena itu sangat penting bagi setiap guru matematika untuk dapat mengajarkan konsep pecahan dengan baik, menyampaikan pecahan sebagai sesuatu yang menarik, dengan menunjukkan contoh konkrit, serta memiliki kesungguhan untuk membantu siswa dalam memahami konsep dan aplikasi pecahan secara mendalam. Berbagai penelitian telah menemukan bahwa anak-anak mengalami kesulitan memahami pecahan dan desimal (Bright, dkk., 2015).

Siswa sekolah dasar atau sekolah menengah pertama, agar dapat benar-benar memahami konsep pecahan maka mereka harus dapat melihat pecahan dalam berbagai bentuk, menurut Nelson (2014), bilangan pecahan dapat dibagi menjadi tiga konsep dasar. antara lain pertama dapat dipahami pecahan dengan makna (*part to-whole concept*) bagian dari keseluruhan, bentuk dari bilangan pecahan  $\frac{a}{b}$ ,  $b$  merupakan bilangan penyebut dengan posisi di bawah

memberi makna banyaknya bagian yang sama dari suatu keseluruhan, dan  $a$  adalah pembilang berada di atas menunjukkan banyaknya bilangan bagian yang dimaksudkan.

Makna yang kedua dapat dipahami sebagai makna (*ration concept*) konsep perbandingan, pecahan dapat dipergunakan untuk membandingkan suatu jumlah, semisal nya umur Andi  $\frac{1}{2}$  (setengah) dari umur kakanya, jika kakaknya berumur 20 (dua puluh) tahun, maka umur Andi adalah 10 (sepuluh) tahun.

Makna ketiga dapat dipahami sebagai makna (*division concept*) konsep pembagian, sebagai mana suatu contoh seorang anak memiliki 10 (sepuluh) teman, pada suatu kesempatan dia memiliki 5 (lima) potong roti, bagaimana anak tersebut dapat memberikan dengan rata teman-temannya roti, maka yang dapat dilakukan anak tersebut adalah membagi 5 (lima) roti kepada 10 (sepuluh) temannya atau ( $5:10 = \frac{1}{2}$ ), dengan kata lain setiap teman-teman dari anak tersebut mendapatkan  $\frac{1}{2}$  (setengah) roti.

Membagi suatu benda menjadi beberapa bagian adalah suatu cara untuk dapat memahami konsep pecahan, dalam hal ini adalah pembilang dan penyebut. Memahami pecahan tidak hanya mengenali bahwa  $\frac{2}{3}$  adalah dua bagian yang diambil dari suatu bentuk yang dibagi menjadi tiga bagian. Pecahan memiliki berbagai bentuk dan dapat dipahami

melalui pengertian area, kuantitas, atau pada garis bilangan. Garis bilangan "number line" merupakan suatu gambar garis lurus yang menggambarkan bilangan tertentu pada setiap titik-titik tertentu pada setiap titik-titik tertentu (Stewart, Redlin, & Watson, 2008).

Pada garis bilangan setiap titik-titik tertentu yang menunjukkan ukuran sama, misalkan dari 0 (nol) bergeser ke kanan samapai dengan 1 (satu), seterusnya 2 (dua) dan seterusnya sampai tanpa batas, setiap jarak titik-titik tersebut menunjukkan ukuran sama.

Siswa kadang-kadang mengalami kesulitan memahami pecahan pada diagram garis bilangan. Ketika menemukan pecahan pada diagram garis nomor, mereka mungkin menggunakan pecahan bagian dari garis bilangan yang ditunjukkan pada diagram. Misalnya, menunjukkan angka 3 ketika diminta untuk menunjukkan  $\frac{3}{4}$  pada diagram garis angka yang ditandai dari 0 (nol) hingga 4 (empat).

Garis bilangan memperkuat analogi antara pecahan dan bilangan bulat. Sama seperti bilangan 5 (lima) adalah titik pada garis bilangan yang dicapai dengan menandai 5 (lima) kali panjang interval unit dari 0 (nol), jadi  $\frac{5}{3}$  adalah titik yang diperoleh dengan cara yang sama menggunakan interval yang berbeda sebagai satuan dasar panjang, yaitu interval dari 0 hingga  $\frac{1}{3}$ .

Tujuan dari penulisan makalah ini adalah; (1) memahami konsep pecahan

menggunakan garis bilangan untuk, (2) memahami konsep operasi pecahan (penjumlahan pengurangan, perkalian dan pembagian menggunakan garis bilangan. Tujuan ini sejalan dengan penelitian Afriansyah (2017), pada penelitiannya model garis bilangan dapat membantu siswa paham konsep pecahan.

## II. KAJIAN TEORI

Bilangan yang berbentuk  $\frac{a}{b}$ , dimana a dan b merupakan bilangan bulat dengan syarat  $b \neq 0$ , a disebut pembilang dan b disebut penyebut dinamakan bilangan pecahan (Keedy, 2013). Menurut Kieren (dalam Clarke, dkk., 2008) mengemukakan bahwa bilangan pecahan menunjukkan berbagai pengertian, misalnya:

(1) Menunjukkan berapa banyak bagian keseluruhan dari hasil bagi, sedangkan angka yang berada di atas disebut pembilang yang mendefinisikan berapa banyak bagian dari hasil pembagian. Misalnya  $\frac{1}{2}$  artinya adalah menentukan nilai 1 (satu) yang dibagi menjadi 2 (dua) bagian yang sama. Bentuk pecahan yang bermakna bagian dari keseluruhan hasil bagi merupakan pemahaman pecahan yang paling umum dan cenderung menjadi pemahaman yang pertama ditemui di sekolah dasar.

(2) Pecahan dapat digunakan sebagai metode untuk membandingkan ukuran, atau dapat mewakili ukuran kuantitas terhadap suatu unit kuantitas itu. Pecahan dapat digunakan untuk memberikan informasi seberapa banyak bagian dari

suatu kelompok tertentu. Contohnya jika di suatu kelas terdapat 30 siswa dan 6 siswa tidak hadir, maka menyatakan banyaknya bagian siswa yang tidak hadir di kelas tersebut adalah  $\frac{6}{30}$ .

(3) Dalam sifat kebalikan dari operasi bilangan pecahan memberi makna bahwa seberapa banyak secara keseluruhan dan berapa banyak bagian yang hilang, contoh adalah  $\frac{3}{4}$ , ini memberikan makna bahwa ada 3 (tiga) dari 4 (empat) bagian yang sama, namun 1 (satu) dari 4 (empat) bagian tidak dihitung.

(4) Pecahan menunjukkan hasil bagi (pembagian), bentuk  $\frac{a}{b}$  memiliki makna operasi pembagian atau hasil bagi, misalnya  $3:5 = \frac{3}{5}$ . Makna pembagian dapat dikembangkan dalam hal pembagian yang setara, misalnya menentukan berapa banyak roti yang dapat diperoleh seorang anak jika tiga roti dibagi antara lima anak.

(5) Pecahan dapat digunakan sebagai operator, ini mengandung makna bahwa pecahan dapat digunakan untuk mengecilkan atau memperbesar angka, misalnya  $\frac{3}{5} \times 25 = 15$  dan  $\frac{5}{3} \times 12 = 20$ .

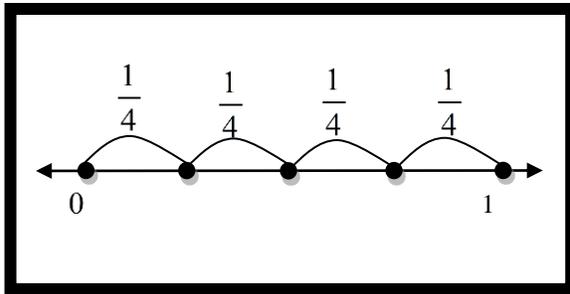
Siswa sering terjadi mengalami ketidakpahaman terhadap konsep operasi perkalian, yaitu mengartikan perkalian selalu menunjukkan hasil semakin besar dan pembagian selalu menunjukkan hasil semakin kecil. Namun dengan menggunakan pecahan sebagai operator dapat membantu siswa terhadap ketidakpahaman tersebut.

### III. PEMBAHASAN

#### A. Konsep Bilangan Pecahan

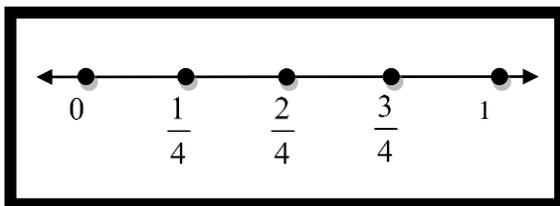
Memahami pecahan  $\frac{1}{b}$  sebagai banyaknya benda yang dibentuk oleh 1 bagian jika keseluruhan bagian menjadi b bagian yang sama, memahami pecahan dengan bentuk  $\frac{a}{b}$  sebagai ukuran banyaknya benda yang dibentuk oleh bagian-bagian dari ukuran  $\frac{1}{b}$ . (Carpenter, dkk., 2013) Memahami pecahan sebagai angka yang terdapat pada garis bilangan, kita dapat memaknai bahwa angka pecahan dapat diwakili oleh diagram garis bilangan. Pemahaman terhadap konsep pecahan dapat dihubungkan dengan garis bilangan, agar mempermudah siswa dalam memahaminya (Burns, 2010).

Pada pemahaman konsep pecahan menggunakan garis bilangan, siswa dianggap sudah memahami pengertian garis bilangan, dimana garis bilangan adalah suatu ruas garis yang diberi nomor/angka pada ruas garis bilangan tersebut. Dari pengertian ini akan difokuskan pemberian area/bagian dengan memberikan angka dari garis bilangan untuk membagi jarak yang sama dari 0 sampai 1. Misalnya akan menunjukkan bilangan pecahan  $\frac{1}{4}$  dengan garis bilangan, caranya adalah siswa wajib memahami jarak yang sama pada garis bilangan menjadi 4 bagian, maka setiap bagian memiliki ukuran  $\frac{1}{4}$  dari 0 sampai 1. Lebih jelasnya dapat diperhatikan gambar garis bilangan berikut:



Gambar 1. Garis bilangan membagi 4 bagian

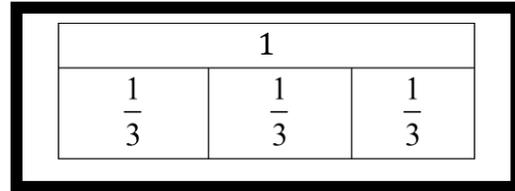
Kemudian setelah konsep pecahan tersebut dapat dipahami, dapat dikembangkan untuk memahami yang mewakili  $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$  pada garis bilangan. Kita dapat menyebutkan bahwa  $\frac{1}{4}$  sebagai nilai identitas, sehingga  $\frac{1}{4}(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}) = \frac{2}{4}$ , artinya bahwa yang mewakili angka  $\frac{2}{4}$  pada garis bilangan adalah dengan cara memberitanda angka  $\frac{1}{4}$  setelah angka 0 sampai dengan 2 kali bagian. Untuk yang mewakili angka  $\frac{3}{4}$  pada garis bilangan adalah dengan cara memberi tanda angka  $\frac{1}{4}$  setelah angka 0 sampai dengan 3 kali bagian, atau dapat ditunjukkan menggunakan  $\frac{1}{4}(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}) = \frac{3}{4}$ . Penjelasan tersebut dapat dilihat pada gambar garis bilangan berikut ini:



Gambar 2. Garis bilangan pecahan

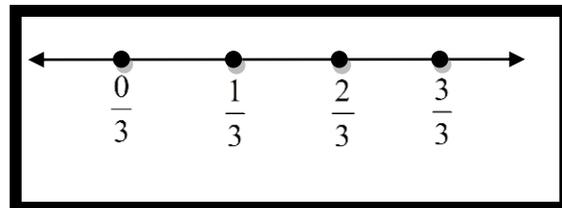
Contoh lain untuk menunjukkan bilangan pecahan dengan cara berbeda

namun maksudnya sama, dengan garis bilangan, misalnya dapat diperhatikan pada gambar berikut:



Gambar 3. Menunjukkan 3 bagian yang sama

Gambar tersebut menunjukkan pengertian bahwa satu bagian dapat ditunjukkan menjadian tiga bagian yang ada, dalam hal ini kita menunjukkan bentuk bilangan  $\frac{1}{3}$ . Kemudian konsep pecahan yang dalam contoh tersebut adalah bilangan  $\frac{1}{3}$ , kita akan menunjukkannya dalam garis bilangan.



Gambar 4. Garis bilangan  $\frac{1}{3}$

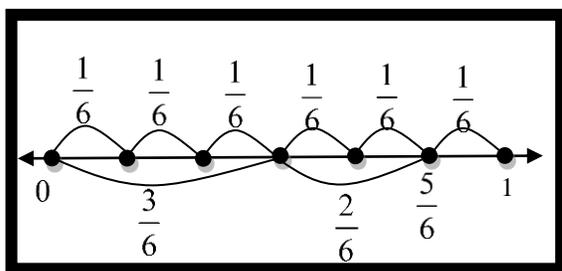
Bentuk pecahan  $\frac{1}{3}$  pada diagram garis bilangan dengan mendefinisikan interval dari 0 sampai 1 sebagai bagian keseluruhan dan membagi menjadi 3 bagian yang sama. Dapat diketahui bahwa setiap bagian memiliki ukuran  $\frac{1}{3}$  dan bagian berikutnya yang didasarkan pada 0 menempatkan angka  $\frac{1}{3}$  pada garis bilangan.

## B. Konsep Operasi Bilangan Pecahan

Pada bagian ini akan dibahas beberapa operasi pada bilangan pecahan, operasi bilangan pecahan yang dimaksud adalah operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian. Khusus untuk operasi perkalian dan pembagian akan digunakan pendekatan konsep luas, sedangkan untuk operasi penjumlahan dan pengurangan akan digunakan pendekatan konsep garis bilangan.

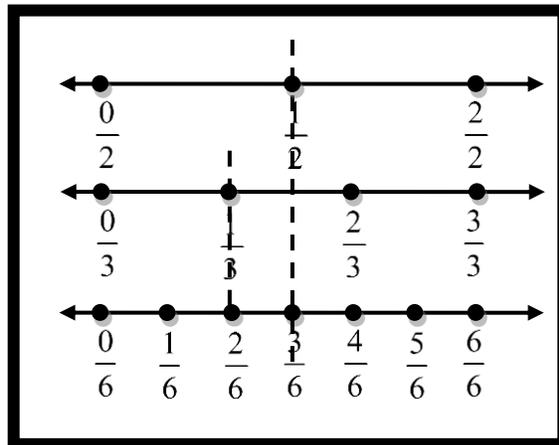
### 1. Penjumlahan

Pada operasi penjumlahan bilangan pecahan kita dapat memahami sebagai bagian yang digabungkan dari bagian keseluruhan yang sama. Bagian keseluruhan yang sama akan dikenal sebagai penyebut. Bentuk perubahan pecahan menjadi jumlah dengan penyebut yang sama dapat digunakan dengan berbagai cara. Berikut akan ditunjukkan bentuk penjumlahan dengan penyebut yang sama, yaitu untuk  $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$ . Dalam garis bilangan operasi tersebut dapat digambarkan seperti:



Gambar 5. Proses Penjumlahan pada Garis Bilangan

Contoh lain pada operasi penjumlahan bilangan pecahan dengan penyebut yang berbeda, misalnya  $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$ .



Gambar 6. Garis Bilangan Menyamakan Penyebut

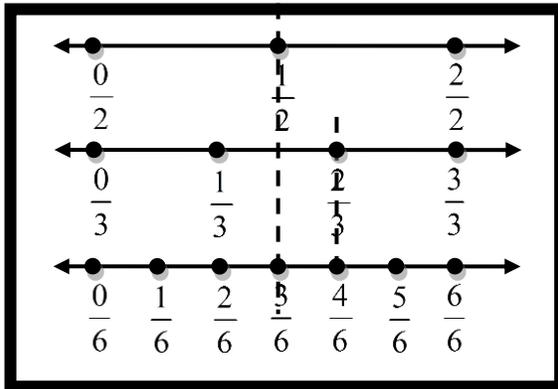
Terlihat dari gambar garis bilangan tersebut bahwa  $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$  dan  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$  sehingga penyelesaian dari  $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$  adalah  $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$ .

Dari gambar 3 dapat kita lihat bahwa penjumlahan pada bilangan pecahan merupakan hasil jumlah dari dua bilangan dengan pembagian bilangan yang sama, atau dengan kata lain, jika  $\frac{a}{b} + \frac{c}{b}$  maka sama dengan  $\frac{a+c}{b}$ .

### 2. Pengurangan

Pada operasi pengurangan bilangan pecahan kita dapat memahami sebagai bagian yang dipisahkan dari bagian keseluruhan yang sama. Bagian keseluruhan yang sama akan dikenal sebagai penyebut. Contoh pemahaman konsep operasi pengurangan pada bilangan pecah, misalnya  $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$ , pada

contoh ini untuk lebih memahami dapat digunakan bantuan garis bilangan sebagaimana terlihat pada gambar berikut:



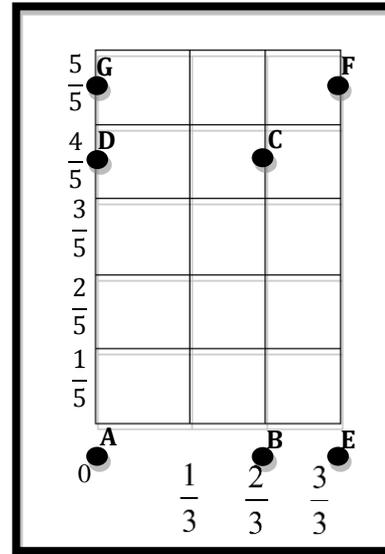
Gambar 7. Garis Bilangan Menyamakan Penyebut

Terlihat dari gambar garis bilangan tersebut bahwa  $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$  dan  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$  sehingga penyelesaian dari  $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$  adalah  $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$ .

Dari gambar 4 dapat kita lihat bahwa pengurangan pada bilangan pecah merupakan hasil selisih dari dua bilangan dengan pembagian bilangan yang sama, atau dengan kata lain, jika  $\frac{a}{b} - \frac{c}{b}$  maka sama dengan  $\frac{a-c}{b}$ .

### 3. Perkalian

Contoh memahami operasi perkalian bilangan pecahan, misalnya  $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ , untuk menyelesaikan operasi perkalian bilangan pecahan dapat dilakukan dengan bantuan seperti terlihat pada gambar berikut:



Gambar 8. Konsep operasi perkalian

Dari gambar di atas dapat kita tentukan luas daerah ABCD dan AEF, sehingga luas daerah tersebut adalah: luas ABCD adalah  $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$  atau luas ABCD bisa ditentukan (2 x 4) satuan luas, sedangkan luas AEF adalah  $\frac{3}{3} \times \frac{5}{5} = (1 \times 1)$ , atau dapat juga ditentukan (3 x 5) satuan luas, sehingga penyelesaian

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}}{1 \times 1} = \frac{\text{luas ABCD}}{\text{luas AEF}} = \frac{(2 \times 4) \text{ Satuan Luas}}{(3 \times 5) \text{ Satuan Luas}} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$$

Secara umum penyelesaian bilangan pecahan dapat dilakukan dengan aturan; jika a, b, c, d adalah bilangan bulat, c ≠ 0 dan d ≠ 0, maka  $\frac{a}{c} \times \frac{b}{d} = \frac{ab}{cd}$ .

### 4. Pembagian

Pemahaman konsep operasi pembagian bilangan pecahan, contoh  $\frac{2}{3} : \frac{5}{7} = n$ , dalam penyelesaian operasi pembagian bilangan pecahan perlu diingat bahwa pembagian merupakan kebalikan dari perkalian, sehingga bentuk  $\frac{2}{3} : \frac{5}{7} = n$  dapat

diartikan sebagai  $n x \frac{5}{7} = \frac{2}{3}$ , jika kedua ruas dikalikan dengan  $\frac{7}{5}$ , maka menghasilkan persamaan  $(n x \frac{5}{7})x \frac{7}{5} = \frac{2}{3}x \frac{7}{5}$ , kemudian jika diberlakukan sifat asosiatif pada operasi perkalian akan menghasilkan persamaan  $nx(\frac{5}{5}x \frac{7}{5}) = \frac{2}{3}x \frac{7}{5}$ , nilai n dapat ditentukan  $n = \frac{2}{3}x \frac{7}{5}$ . Kesimpulan yang bisa didapat adalah jika  $\frac{2}{3} : \frac{5}{7} = n$  maka akan sama dengan  $n = \frac{2}{3}x \frac{7}{5}$  dan  $n = \frac{14}{15}$ .

Secara umum penyelesaian pembagian bilangan pecahan dapat diselesaikan dengan aturan; untuk sembarang bilangan pecahan  $\frac{a}{b}$  dan  $\frac{c}{d}$  dimana  $\frac{c}{d} \neq 0$  maka berlaku  $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} x \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$ .

#### IV. PENUTUP

Pemahaman terhadap konsep bilangan pecahan beserta operasinya dapat dilakukan menggunakan berbagai pendekatan. Salah satu pendekatan yang digunakan dalam makalah ini adalah garis bilangan. Dengan pendekatan garis bilangan diharapkan dapat membantu para guru dalam merancang proses belajar mengajar pada materi pecahan.

Akhirnya, penulis berharap kesulitan-kesulitan yang dihadapi oleh para siswa dalam memahami konsep pecahan dapat teratasi dengan baik. Siswa tidak hanya tahu bilangan pecahan yang berbentuk  $\frac{a}{b}$ , dimana a dan b bilangan bulat dan  $b \neq 0$ , namun makna dari bilangan pecahan dapat dipahami dengan baik, sehingga kemudian mampu dalam penyelesaian

permasalahan aplikatif terkait pecahan maupun bentuk decimal.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Afriansyah, E. A. (2017). Desain Lintasan Pembelajaran Pecahan melalui Pendekatan Realistic Mathematics Education. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika* 6 (3), 464-474.
- Burns, M. (2010). *Teaching arithmetic: Lessons for introducing fractions, grades 4-5*. Sausalito, CA: Math Solutions Publications.
- Behr, M., Wachsmuth, I., & Post, T. (2015). Construct a sum: A measure of children's understanding of fraction size. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16 (2), 120-131.
- Carpenter, T., Fennema, E., & Romberg, T. (2013). *Rational numbers: An integration of research* (pp. 1-11). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Clarke, D. M., Roche, A., & Mitchell, A. (2008). Ten practical, research-based tips for making fractions come alive (and make sense) in the middle years. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13(7), 373-380.
- Keddy, M. L. (2013). *Essential Mathematics*. Fifth ed. Addition Westley Publishing Inc.
- Lamon, S. (2012). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies*. New York, NY: Taylor & Francis Group.
- McNamara, J., & Shaughnessy, M. M. (2010). *Beyond pizzas and pies: 10 essential strategies for supporting fraction sense (grades 3-5)*. Sausalito, CA: Math Solutions Publications.

- Nelson, A. B. B. & Nelson, T. (2014). *Mathematics for Elementary Teachers*. New York: Mc. Graw Hill Compay.
- Stewart, J. B., Redlin, L., & Watson, S. (2008). *College Algebra*. Brooks Cole.
- Suwarto. (2018). Analisis Kesulitan Belajar Operasi Hitung Pada Siswa Kelas Satu Sekolah Dasar. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 7 (2), 285-294.
- Thomas, C. (2010). *Fraction competency and algebra success*. [Online]. Retrieved from [http://etd.lsu.edu/docs/available/etd-08242010140559/unrestricted/corett\\_athesisaug24.pdf](http://etd.lsu.edu/docs/available/etd-08242010140559/unrestricted/corett_athesisaug24.pdf)
- Wong, M. & Evans, D. (2008). Fractions as a measure. In M. Goos, R. Brown, & K. Makar (Eds.). *Proceedings of the 31st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, Adelaide, 28 June-1 July 2008. MERGA.
- Yulianingsih, A., Febrian, Dwinata, A. (2018). Analisis Kesalahan konsep pecahan pada siswa kelas VII A SMP Negeri 13 Satu Atap Tanjungpinang. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 7 (2), 199-206.

## RIWAYAT HIDUP PENULIS

**Suwarto, M.Pd.**



Lahir di Kebumen, 16 April 1978. Dosen Tetap Jurusan Sistem Informasi STMIK Raharja-Tangerang.

*This page is intentionally left blank*